

Nome do(a) aluno(a): \_\_\_\_\_

### INSTRUÇÕES

1. Preencha o cartão-resposta com seu nome completo, sexo, telefone, data de nascimento, série e turno em que estuda, e não se esqueça de assiná-lo.
2. A duração da prova é de 2 horas e 30 minutos.
3. Cada questão tem cinco alternativas de resposta: (A), (B), (C), (D) e (E) e **apenas uma** delas é correta.
4. Para cada questão marque a alternativa escolhida no cartão-resposta, preenchendo todo o espaço dentro do círculo correspondente a lápis ou a caneta esferográfica azul ou preta (é preferível a caneta).

(A) ● (C) (D) (E)

5. Marque apenas uma alternativa para cada questão. **Atenção:** se você marcar mais de uma alternativa, perderá os pontos da questão, mesmo que uma das alternativas marcadas seja correta.
6. Não é permitido o uso de instrumentos de desenho, calculadoras ou quaisquer fontes de consulta.
7. Os espaços em branco na prova podem ser usados para rascunho.
8. Ao final da prova, entregue-a ao professor junto com o cartão-resposta.

É com grande alegria que contamos com sua participação, de seus professores e de sua escola na 5ª OBMEP. Encare as questões desta prova como quebra-cabeças interessantes e divirta-se com a busca de suas soluções.

Desejamos que você faça uma boa prova!



Ministério da Ciência e Tecnologia

Ministério da Educação



1. Daniela fez uma tabela mostrando a quantidade de água que gastava em algumas de suas atividades domésticas.

Atividade	Consumo	Frequência
Lavar roupa	150 litros por lavagem	1 vez ao dia
Tomar um banho de 15 minutos	90 litros por banho	1 vez ao dia
Lavar o carro com mangueira	100 litros por lavagem	1 vez na semana

Para economizar água, ela reduziu a lavagem de roupa a 3 vezes por semana, o banho diário a 5 minutos e a lavagem semanal do carro a apenas um balde de 10 litros. Quantos litros de água ela passou a economizar por semana?

- 1010
- 1110
- 1210
- 1211
- 1310



2. Para achar o número de seu sapato, Maurício mediu o comprimento de seu pé em centímetros, multiplicou a medida por 5, somou 28, dividiu tudo por 4 e arredondou o resultado para cima, obtendo o número 40. Qual das alternativas mostra um possível comprimento do pé do Maurício?

- 24 cm
- 25 cm
- 26 cm
- 27 cm
- 28 cm



3. Joãozinho inventou uma operação matemática com números inteiros, para a qual ele usa o sinal \*. Ela funciona assim:

$$a * b = (a + 1) \times (b - 1)$$

Por exemplo,  $3 * 5 = (3 + 1) \times (5 - 1) = 16$ . Se  $a$  e  $b$  são inteiros positivos tais que  $a * b = 24$  e  $b * a = 30$ , quanto vale  $a + b$ ?

- 11
- 12
- 15
- 16
- 18

4. Arnaldo, Beto, Celina e Dalila formam dois casais. Os quatro têm idades diferentes. Arnaldo é mais velho que Celina e mais novo que Dalila. O esposo de Celina é a pessoa mais velha. É correto afirmar que:



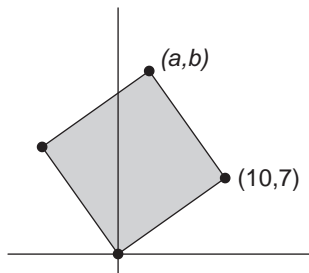
- A) Arnaldo é mais velho que Beto e sua esposa é Dalila.
- B) Arnaldo é mais velho que sua esposa Dalila.
- C) Celina é a mais nova de todos e seu marido é Beto.
- D) Dalila é mais velha que Celina e seu marido é Beto.
- E) Celina é mais velha que seu marido Arnaldo.

5. O diâmetro de uma pizza grande é o dobro do diâmetro de uma pizza pequena. A pizza grande é cortada em 16 fatias iguais. A que fração de uma pizza pequena correspondem 3 fatias da pizza grande?

- A)  $\frac{1}{3}$
- B)  $\frac{3}{8}$
- C)  $\frac{1}{2}$
- D)  $\frac{3}{4}$
- E)  $\frac{5}{8}$

6. O quadrado da figura tem um vértice na origem, outro no ponto  $(10,7)$  e um terceiro no ponto  $(a,b)$ . Qual é o valor de  $a + b$ ?

- A) 20
- B) 21
- C) 22
- D) 23
- E) 24

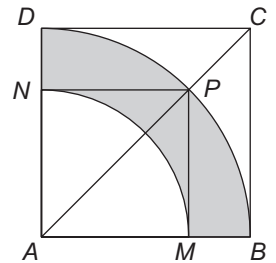


7. Qual é o valor de  $5353^2 - 2828^2$ ?

- A)  $2525^2$
- B)  $3535^2$
- C)  $4545^2$
- D)  $4565^2$
- E)  $5335^2$

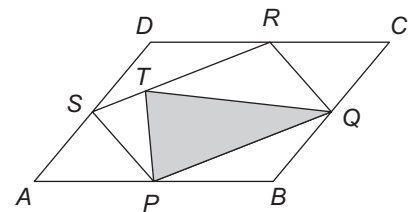
8. Na figura,  $ABCD$  e  $AMPN$  são quadrados e  $\widehat{BD}$  e  $\widehat{MN}$  são arcos de círculos de centro  $A$ . Qual é a razão entre a área sombreada e a área do quadrado  $ABCD$ ?

- A)  $\frac{\pi}{4}$
- B)  $\frac{\pi}{5}$
- C)  $\frac{\pi}{6}$
- D)  $\frac{\pi}{7}$
- E)  $\frac{\pi}{8}$



9. Na figura, o paralelogramo  $ABCD$  tem área  $40 \text{ cm}^2$ . Os pontos  $P$ ,  $Q$ ,  $R$ ,  $S$  são pontos médios dos lados do paralelogramo e  $T$  está no segmento  $RS$ . Qual é a área do triângulo  $PQT$ ?

- A)  $10 \text{ cm}^2$
- B)  $12 \text{ cm}^2$
- C)  $14 \text{ cm}^2$
- D)  $16 \text{ cm}^2$
- E)  $18 \text{ cm}^2$



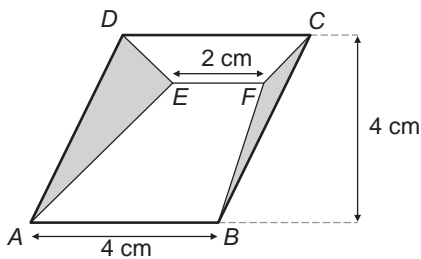
10. Duas formiguinhas andam em sentidos contrários sobre uma circunferência. Enquanto uma delas dá nove voltas na circunferência, a outra dá seis. Em quantos pontos distintos da circunferência elas se cruzam?

- A) 2
- B) 3
- C) 4
- D) 5
- E) 6



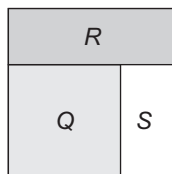
11. Na figura,  $ABCD$  é um paralelogramo e o segmento  $EF$  é paralelo a  $AB$ . Qual é a soma das áreas dos triângulos cinzentos?

- A)  $2 \text{ cm}^2$
- B)  $4 \text{ cm}^2$
- C)  $6 \text{ cm}^2$
- D)  $8 \text{ cm}^2$
- E)  $10 \text{ cm}^2$



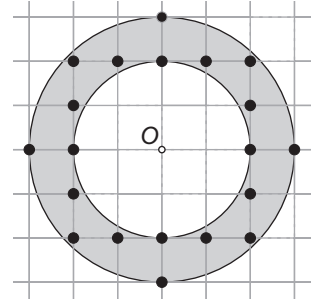
12. A figura mostra um quadrado de lado 1 m dividido em dois retângulos e um quadrado. As áreas do quadrado  $Q$  e do retângulo  $R$  são iguais. Qual é a área do retângulo  $S$ ?

- A)  $\sqrt{5} - 2 \text{ m}^2$
- B)  $\frac{1}{5} \text{ m}^2$
- C)  $3 - \sqrt{5} \text{ m}^2$
- D)  $\frac{1}{3} \text{ m}^2$
- E)  $\frac{\sqrt{5}}{3} \text{ m}^2$



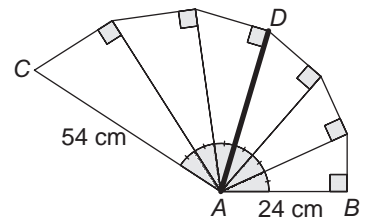
13. Na figura, as duas circunferências têm centro  $O$  e os quadradinhos do quadriculado têm lado 1 cm. Há 20 pontos do quadriculado na região delimitada pelas circunferências. Quantos pontos do quadriculado estão na região delimitada por duas circunferências de centro  $O$  e raios 4 cm e 5 cm?

- A) 32
- B) 34
- C) 36
- D) 38
- E) 40



14. Os seis triângulos da figura são retângulos e seus ângulos com vértice no ponto  $A$  são iguais. Além disso,  $AB = 24 \text{ cm}$  e  $AC = 54 \text{ cm}$ . Qual é o comprimento de  $AD$ ?

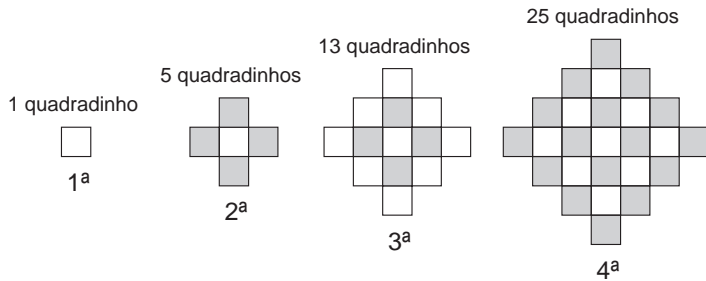
- A) 30 cm
- B) 34 cm
- C) 36 cm
- D) 38 cm
- E) 39 cm



15. Luciana tem três canetas pretas e três vermelhas. Ontem ela pegou, ao acaso, uma dessas canetas e colocou-a na bolsa. Hoje ela colocou uma caneta preta na bolsa. Se ela retirar uma dessas duas canetas da bolsa, sem olhar, qual a probabilidade de essa caneta ser preta?

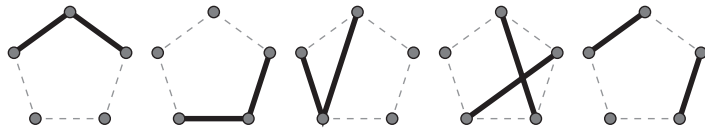
- A)  $\frac{1}{2}$
- B)  $\frac{2}{3}$
- C)  $\frac{3}{5}$
- D)  $\frac{3}{4}$
- E)  $\frac{4}{7}$

16. Felipe construiu uma sequência de figuras com quadradinhos; abaixo mostramos as quatro primeiras figuras que ele construiu. Qual é a primeira figura que tem mais de 2009 quadradinhos?



- A) A 30ª
- B) A 31ª
- C) A 32ª
- D) A 33ª
- E) A 34ª

17. Com exatamente dois segmentos de reta, podemos fazer figuras diferentes unindo os vértices de um pentágono. Cinco dessas figuras estão ilustradas a seguir.

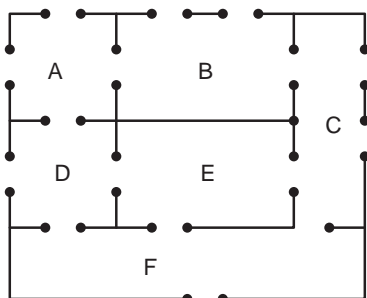


Incluindo essas cinco, quantas figuras diferentes podemos fazer desse modo?

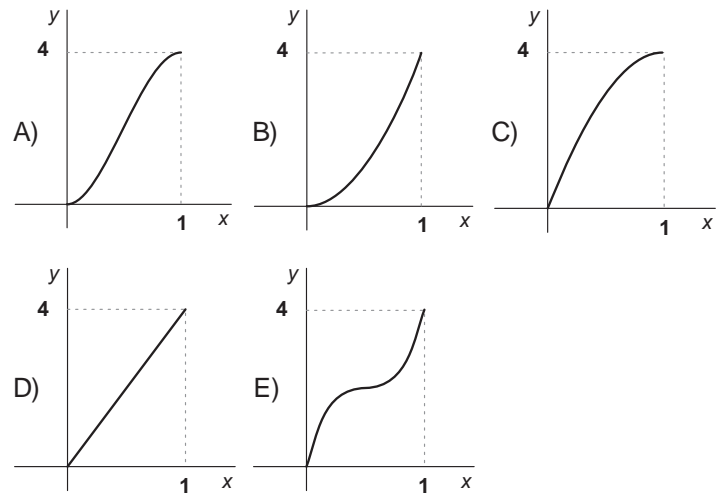
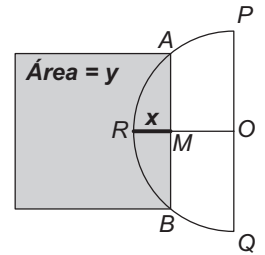
- A) 25
- B) 30
- C) 35
- D) 40
- E) 45

18. A figura mostra a planta de uma escola que tem seis salas, indicadas pelas letras de A até F. Joãozinho entrou na escola, percorreu todas as salas e foi embora, tendo passado exatamente duas vezes por uma das portas e uma única vez por cada uma das outras. A porta pela qual Joãozinho passou duas vezes liga:

- A) as salas A e B.
- B) as salas C e E.
- C) as salas E e F.
- D) a sala D e o lado de fora da escola.
- E) a sala F e o lado de fora da escola.



19. O semicírculo da figura tem centro  $O$  e diâmetro  $PQ = 2$  cm. O raio  $OR$  é perpendicular a  $PQ$ . Por um ponto qualquer  $M$  de  $OR$  traça-se a corda  $AB$  perpendicular a  $OR$ . Sejam  $x$  o comprimento de  $RM$ , em cm, e  $y$  a área do quadrado de lado  $AB$ , em  $\text{cm}^2$ . Qual dos gráficos abaixo expressa a relação entre  $x$  e  $y$ ?



20. Um torneio de futebol com 57 times será disputado com as seguintes regras:

- Nenhum jogo pode terminar empatado.
- O time que perder duas partidas será eliminado.
- O torneio termina quando sobrar apenas um time, que será o campeão.

Se o time campeão perder uma vez, quantas partidas serão disputadas no torneio?

- A) 56
- B) 57
- C) 58
- D) 112
- E) 113

