

Cole aqui a etiqueta com os dados do aluno.

7ª e 8ª séries (8º e 9º anos) do Ensino Fundamental

2ª FASE – 11 de setembro de 2010

Nível **2**

Nome completo do aluno

Endereço completo do aluno (Rua, Av., nº)

Complemento

Bairro

Cidade

UF

CEP

Endereço eletrônico (email)

DDD

Telefone

Assinatura

DDD

Telefone (outro)

*Parabéns pelo seu desempenho na 1ª Fase da OBMEP. É com grande satisfação que contamos agora com sua participação na 2ª Fase. Desejamos que você faça uma boa prova e que ela seja um estímulo para aumentar seu gosto e sua alegria em estudar Matemática.*

*Um abraço da Equipe da OBMEP!*

*Preencha e confira os dados acima com muita atenção!*

#### INSTRUÇÕES

1. Verifique se os dados da etiqueta desta prova estão corretos. Caso as informações não estejam corretas, comunique o erro ao fiscal imediatamente.
2. Preencha cuidadosamente todos os seus dados no quadro acima. Utilize letra de forma, colocando uma letra/dígito em cada quadradinho e deixando um espaço em branco entre cada palavra.
3. Lembre-se de assinar o quadro acima e a lista de presença.
4. A prova pode ser feita a lápis ou a caneta.
5. A duração da prova é de 3 horas. Você só poderá deixar a sala de prova 45 minutos após o início da prova. Ao terminar a prova, entregue-a ao aplicador.
6. A solução de cada questão deve ser escrita na página reservada para ela, de maneira organizada e legível. Evite escrever as soluções na folha de rascunho.
7. Na correção serão considerados todos os raciocínios que você apresentar. Tente resolver o maior número possível de itens de todas as questões.
8. Respostas sem justificativas não serão consideradas na correção.
9. Não é permitido o uso de instrumentos de desenho, calculadoras ou qualquer fonte de consulta.
10. Não é permitido comunicar-se com outras pessoas, além do aplicador.
11. Não escreva nos espaços sombreados.

*“Liberdade é uma palavra que o sonho humano alimenta, não há ninguém que explique e ninguém que não entenda.”*

Homenagem da OBMEP à grande poetisa brasileira Cecília Meireles.

	1	2	3	4	5	6	Total
Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional
	1	2	3	4	5	6	Total
Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional

1. Um “matemágico” faz mágicas com cartões verdes, amarelos, azuis e vermelhos, numerados de 1 a 13 para cada cor. Ele mistura os cartões e diz para uma criança: “Sem que eu veja, escolha um cartão, calcule o dobro do número desse cartão, some 3 e multiplique o resultado por 5. Depois

- some 1, se o cartão for verde;
- some 2, se o cartão for amarelo;
- some 3, se o cartão for azul;
- some 4, se o cartão for vermelho.

Diga-me o resultado final e eu lhe direi a cor e o número do cartão que você escolheu.”



a) Joãozinho escolheu o cartão vermelho com o número 3. Qual é o número que ele deve dizer ao matemágico?

Correção Regional	Correção Nacional

b) Mariazinha disse “Setenta e seis” para o matemágico. Qual é o número e a cor do cartão que ela escolheu?

Correção Regional	Correção Nacional

c) Após escolher um cartão, Pedrinho disse “Sessenta e um” e o matemágico respondeu “Você errou alguma conta”. Explique como o matemágico pôde saber isso.

Correção Regional	Correção Nacional

TOTAL

Correção Regional	Correção Nacional

2. Catarina tem 210 cartões numerados de 1 a 210.

a) Quantos desses cartões têm um número que é múltiplo de 3?

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

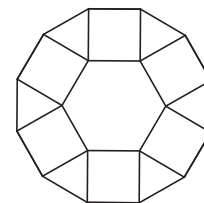
b) Quantos desses cartões têm um número par que não é múltiplo de 3?

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

c) Qual é o menor número de cartões que Catarina deve pegar, ao acaso, para ter certeza de que 2 ou 3 seja divisor comum dos números escritos em pelo menos dois dos cartões selecionados?

	Correção Regional	Correção Nacional
TOTAL	Correção Regional	Correção Nacional

3. A figura mostra um dodecágono regular decomposto em seis triângulos equiláteros, seis quadrados e um hexágono regular, todos com lados de mesma medida.

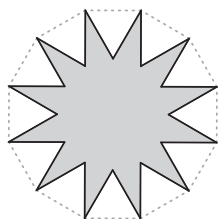


a) Se cada triângulo da figura tem área igual a  $1 \text{ cm}^2$ , qual é a área do **hexágono**?

Correção  
Regional

Correção  
Nacional

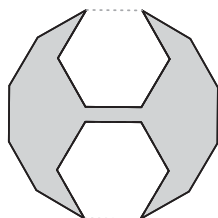
b) A figura abaixo foi obtida retirando doze triângulos equiláteros de um dodecágono regular cujo lado mede  $1 \text{ cm}$ . Qual é a área dessa figura?



Correção  
Regional

Correção  
Nacional

c) A figura abaixo foi obtida retirando dois hexágonos regulares de um dodecágono regular cujo lado mede  $1 \text{ cm}$ . Qual é a área dessa figura?



Correção  
Regional

Correção  
Nacional

TOTAL

Correção  
Regional

Correção  
Nacional

4. Gabriel desenha quadrados divididos em nove casas e escreve os números naturais de 1 a 9, um em cada casa. Em seguida, ele calcula a soma dos números de cada linha e de cada coluna. A figura mostra um dos quadrados do Gabriel; observe que a soma dos números da terceira linha é  $5 + 8 + 2 = 15$  e a soma dos números da segunda coluna é  $9 + 7 + 8 = 24$ . Nesse exemplo, as seis somas são 6, 12, 15, 15, 18 e 24.

6	9	3	18
4	7	1	12
5	8	2	15
15	24	6	

a) Gabriel preencheu um quadrado e fez apenas cinco somas: 9, 13, 14, 17 e 18. Qual é a soma que está faltando?

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

b) Explique por que não é possível que, em um quadrado do Gabriel, todas as somas sejam números pares.

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

c) Preencha o quadrado de modo que as somas sejam 7, 13, 14, 16, 18 e 22.


Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

TOTAL

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

5. Juliana quer dar a cada uma das 26 letras  $A, B, C, D, \dots, W, X, Y, Z$  do alfabeto um valor numérico diferente de zero, de tal modo que  $A \times C = B$ ,  $B \times D = C$ ,  $C \times E = D$ , e assim por diante, até  $X \times Z = Y$ .

a) Se Juliana der a  $A$  e  $B$  os valores 5 e 7, respectivamente, quais serão os valores de  $C$ ,  $D$  e  $E$ ?



Correção Regional

Correção Nacional

b) Mostre que  $G = A$ , quaisquer que sejam os valores que Juliana der para  $A$  e  $B$ .

Correção Regional

Correção Nacional

c) Se Juliana der valores para  $A$  e  $B$  tais que  $A \times B = 2010$ , qual será o valor do produto  $A \times B \times C \times D \times \dots \times W \times X \times Y \times Z$ ?

Correção Regional

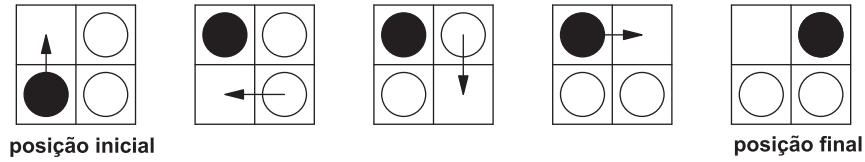
Correção Nacional

TOTAL

Correção Regional

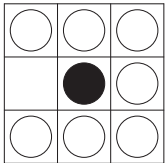
Correção Nacional

6. No jogo *Arrasta Um* usa-se um tabuleiro quadriculado e peças redondas, uma preta e as outras brancas. Coloca-se uma peça em cada casa do tabuleiro, exceto em uma que é deixada vazia. Um *movimento* consiste em deslocar para a casa vazia a peça de uma casa adjacente. O jogo termina quando a peça preta chega ao canto superior direito do tabuleiro. Veja um exemplo de como terminar o *Arrasta Um* em quatro movimentos em um tabuleiro  $2 \times 2$ .



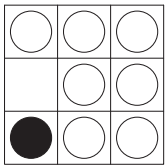
Esta sequência de movimentos pode ser descrita por  $(\uparrow, \leftarrow, \downarrow, \rightarrow)$ .

a) Descreva como terminar o *Arrasta Um* em seis movimentos no tabuleiro  $3 \times 3$  abaixo.



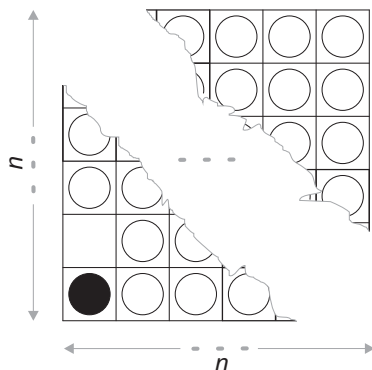
Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

b) Descreva como terminar o *Arrasta Um* em dez movimentos no tabuleiro  $3 \times 3$  abaixo.



Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------


c) Mostre que em um tabuleiro  $n \times n$ , como na figura, é possível terminar o *Arrasta Um* em  $6n - 8$  movimentos.



	Correção Regional	Correção Nacional
TOTAL	Correção Regional	Correção Nacional

RASCUNHO

Operacionalização:

 Fundação Carlos Chagas