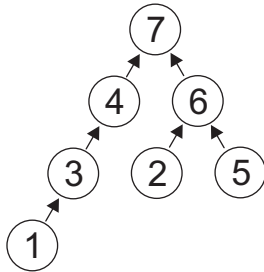
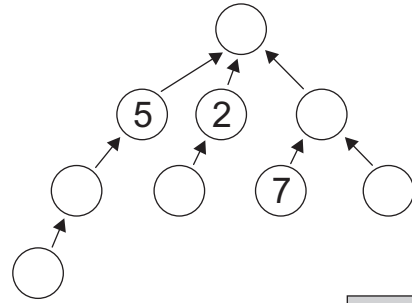


(1) Os círculos da figura abaixo foram preenchidos com os números de 1 a 7, de modo que todas as flechas apontam de um número menor para um maior. Neste caso, dizemos que a figura foi *bem preenchida*.

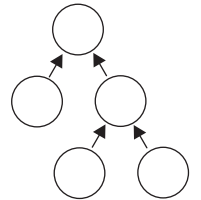


(a) Complete a figura abaixo com os números de 1 a 9 de modo que ela fique bem preenchida.



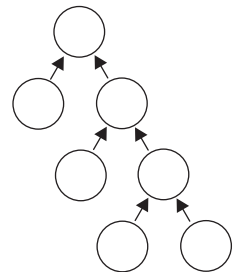
--	--

(b) De quantas maneiras a figura ao lado pode ser bem preenchida com os números de 1 a 5?



--	--

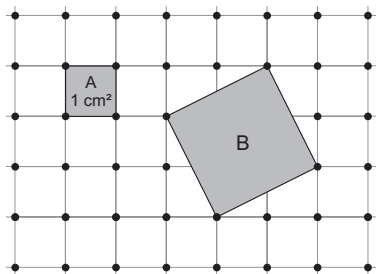
(c) De quantas maneiras a figura ao lado pode ser bem preenchida com os números de 1 a 7?



--	--

TOTAL

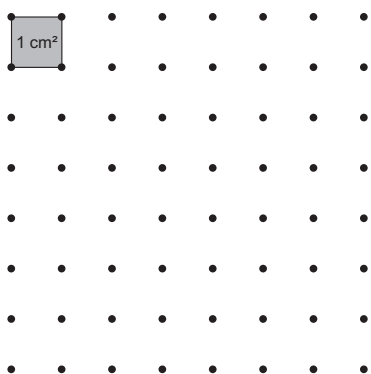
--	--



(2) Numa folha de papel marcamos pontos igualmente espaçados na horizontal e na vertical, de modo que o quadrado A tenha área 1 cm^2 , como na figura. Dizemos que um quadrado é *legal* se seus vértices são quatro desses pontos; por exemplo, os quadrados A e B são legais.

(a) Qual é a área do quadrado B?

--	--



(b) Desenhe ao lado um quadrado legal de área 13 cm^2 .

--	--

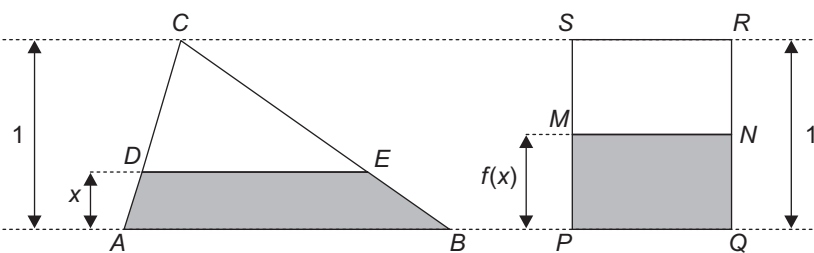
(c) Existe um quadrado legal de área 41 cm^2 ? E de área 43 cm^2 ? Justifique sua resposta.

--	--

(d) Mostre que para cada quadrado legal existe outro quadrado legal com o dobro de sua área.

TOTAL		

(3) Na figura, o triângulo ABC e o retângulo $PQRS$ têm a mesma área e a mesma altura 1. Para cada valor de x entre 0 e 1 desenha-se o trapézio $ABED$ de altura x e depois o retângulo $PQNM$ de área igual à do trapézio, como na figura. Seja f a função que associa a cada x a altura do retângulo $PQNM$.



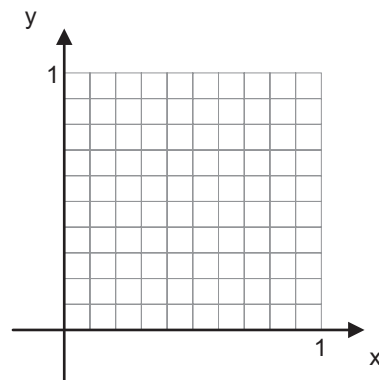
(a) Qual é a razão entre AB e PQ ?

--	--

(b) Qual é o valor de $f\left(\frac{1}{2}\right)$?

--	--

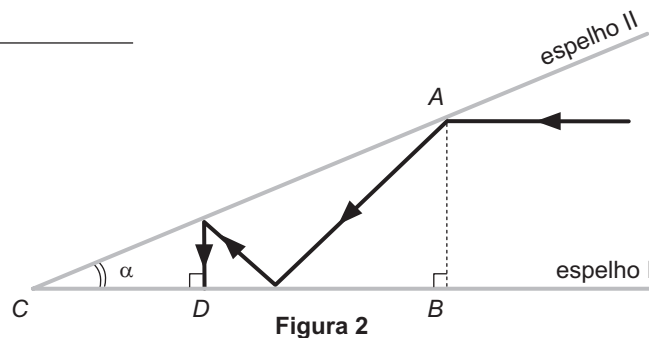
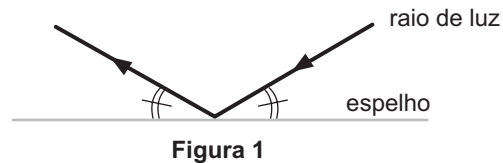
(c) Ache a expressão de $f(x)$ e desene o gráfico de f .



TOTAL

(4) Quando um raio de luz incide sobre um espelho plano, ele é refletido de modo a fazer ângulos iguais com o espelho, conforme ilustrado na figura 1.

A figura 2 mostra dois espelhos que se encontram formando um ângulo α . Um raio de luz, paralelo ao espelho I, atinge o espelho II no ponto A e é refletido três vezes, até incidir perpendicularmente ao espelho I no ponto D.

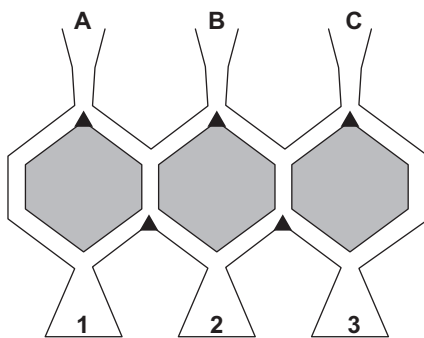


(a) Qual é a medida do ângulo α ?

--	--

(b) Seja AB perpendicular ao espelho I, como na figura 2. Se $AB = 10$ cm, qual é o comprimento de CD ?

TOTAL



(5) No brinquedo ilustrado na figura, bolinhas são colocadas nas entradas **A**, **B** ou **C** e movem-se sempre para baixo, terminando em uma das caixas **1**, **2** ou **3**. Ao atingir um dos pontos marcados com \blacktriangle , as bolinhas têm chances iguais de ir para cada um dos dois lados.

(a) Se uma bolinha for colocada em C, em quais caixas ela pode parar? E se ela for colocada em B?

--	--

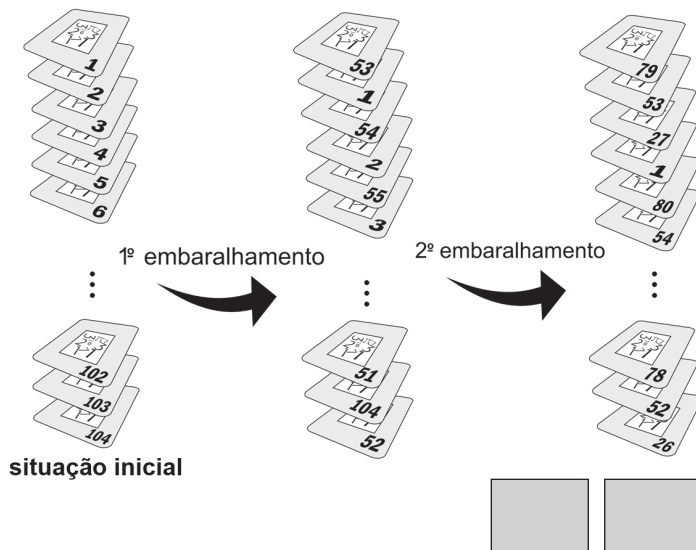
(b) Se uma bolinha for colocada em A, qual é a probabilidade de que ela vá parar na caixa 2? E se ela for depositada em B, qual é essa probabilidade?

--	--

(c) Se colocarmos uma bolinha em cada entrada (uma de cada vez), qual é a probabilidade de que, no final, haja uma bolinha em cada caixa?

TOTAL

(6) Considere uma pilha de cartas numeradas de 1 a 104. Um *embaralhamento* dessa pilha consiste em intercalar as 52 cartas de cima com as 52 de baixo, de modo que a carta que estava no topo fique em segundo lugar de cima para baixo. A figura mostra dois embaralhamentos seguidos a partir da situação inicial, na qual as cartas estão dispostas em ordem crescente de cima para baixo.



(a) Complete a tabela.

número de embaralhamentos a partir da situação inicial	1	2	3	4	5	6
posição da carta de número 5 a partir do topo da pilha	10ª					

(b) Partindo da situação inicial, qual será a posição da carta de número n após um embaralhamento?

--	--

(c) Partindo da situação inicial, ache duas cartas que trocam de lugar uma com a outra a cada embaralhamento.

--	--

(d) Um grupo de três cartas que trocam de lugar entre si a cada embaralhamento é chamado *trio invariante*. Partindo da situação inicial, encontre todos os trios invariantes.

TOTAL	

RASCUNHO