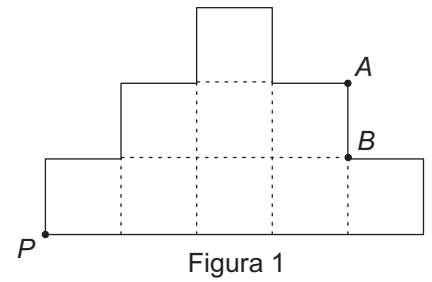




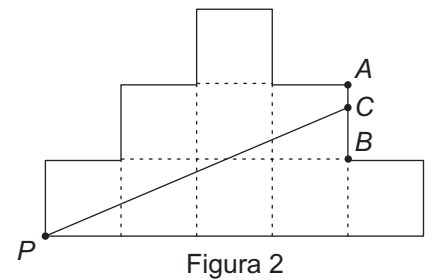
1. O polígono da Figura 1 é formado por nove quadrados de lado 1.



a) Os segmentos  $PA$  e  $PB$  dividem o polígono em três regiões. Calcule as áreas dessas regiões.

Correção

b) O segmento  $PC$  da Figura 2 divide o polígono em duas regiões de mesma área. Calcule a distância de  $B$  a  $C$ .



Correção

TOTAL

Correção

---

2. Um número natural  $n$  é *(12)-perfeito* se a soma dos seus divisores positivos for igual a  $2n + 12$ . Por exemplo, 30 é (12)-perfeito, pois  $1 + 2 + 3 + 5 + 6 + 10 + 15 + 30 = 72 = 2 \times 30 + 12$ . Já o número 10 não é (12)-perfeito, pois  $1 + 2 + 5 + 10 = 18 \neq 32 = 2 \times 10 + 12$ .

---

a) Verifique que 304 é (12)-perfeito.

Correção

b) Mostre que todo número  $n$  da forma  $n = 6p$ , com  $p$  primo e maior do que 3, é (12)-perfeito.

Correção

c) Enuncie a recíproca da afirmação do item b). Essa recíproca é verdadeira? Justifique sua resposta.

Correção

TOTAL

Correção

3. Na noite passada, as médicas Eva e Fabiana atenderam cinco pacientes que chegaram ao pronto-socorro da cidade de Quixajuba entre 20 e 23 horas. O primeiro paciente que chegou foi atendido por Eva, o segundo, por Fabiana, e os seguintes foram atendidos por ordem de chegada e pela médica que ficou livre primeiro.

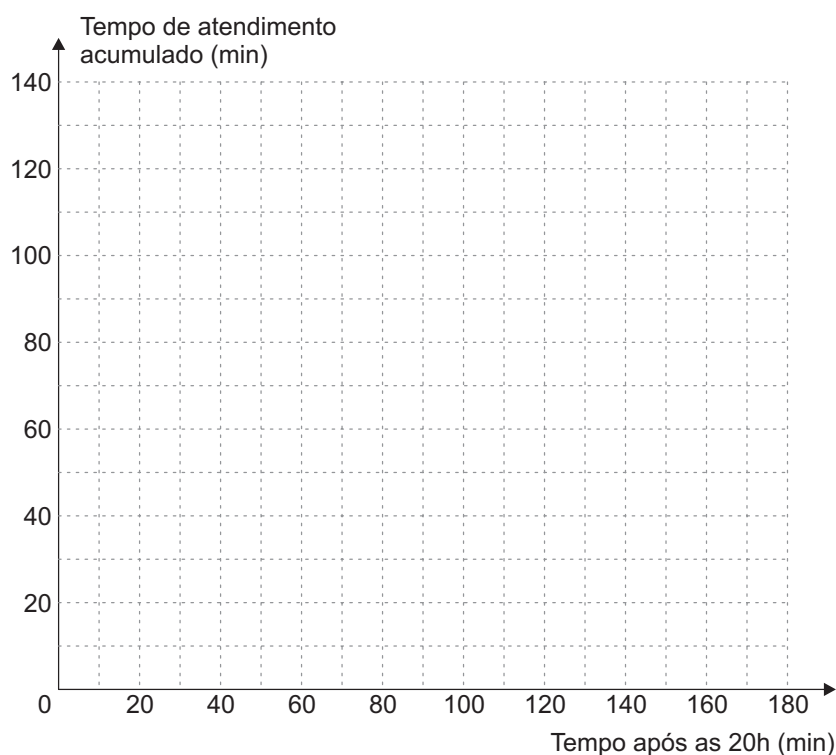
Paciente	Horário da Chegada	Tempo de Atendimento (min)
1	20h00min	44
2	20h15min	20
3	20h20min	16
4	21h30min	40
5	21h50min	20

a) Qual foi o tempo médio que os cinco pacientes esperaram pelo atendimento?

Correção

b) Qual foi a médica que atendeu o último paciente? Justifique sua resposta.

Correção



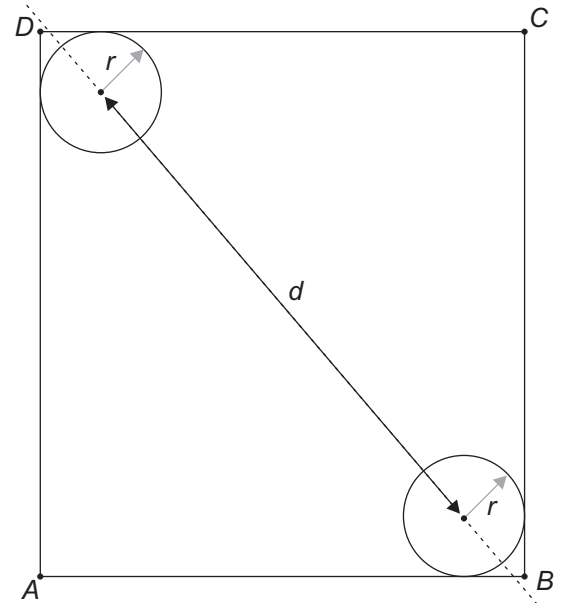
c) Seja  $f(t)$  o tempo de atendimento acumulado das duas médicas até o instante  $t$ , isto é, o tempo total de trabalho em atendimento realizado por elas até  $t$  minutos após as 20h. Por exemplo,  $f(20) = 20 + 5 = 25$  minutos. Faça o gráfico de  $f(t)$ .

Correção

TOTAL

Correção

4. O retângulo  $ABCD$  da figura tem dimensões  $AB = 8$  e  $BC = 9$ . Considere dois círculos, de mesmo raio  $r$ , internos ao retângulo e tangentes aos lados dos ângulos com vértices em  $B$  e  $D$ , respectivamente.



Correção

a) Calcule a distância  $d$  entre os centros dos círculos para  $r = 2$ .

b) Expresse a distância  $d$  entre os centros dos círculos em função do raio  $r$ .

Correção

c) Qual deve ser o valor de  $r$  para que os círculos sejam tangentes?

Correção

TOTAL

Correção

5. As coordenadas  $(x_v, y_v)$  do vértice  $V$  da parábola de equação  $y = ax^2 + bx + c$  são  $x_v = -\frac{b}{2a}$  e  $y_v = -\frac{b^2 - 4ac}{4a}$ , sendo  $a$ ,  $b$  e  $c$  números reais com  $a \neq 0$ .

a) Qual é a equação da reta à qual pertencem os vértices das parábolas de equação  $y = x^2 + x + c$ , quando  $c$  percorre o conjunto dos números reais?

Correção

b) Mostre que os vértices das parábolas de equação  $y = ax^2 + x + 1$  pertencem a uma mesma reta, quando  $a$  percorre o conjunto dos números reais não nulos.

Correção

c) Qual é a equação da curva à qual pertencem os vértices das parábolas de equação  $y = x^2 + bx + 1$ , quando  $b$  percorre o conjunto dos números reais?

Correção

TOTAL

Correção

6. Um número natural é *setespalhado* quando **não** tem dois algarismos 7 seguidos em sua representação decimal. Por exemplo, 345, 2071 e 72347 são setespalhados, enquanto 277304 e 777 não são.

a) Quantos são os números setespalhados de 2 algarismos?

Correção

b) Quantos são os números setespalhados de 3 algarismos?

Correção

c) Quantos são os números setespalhados de 4 algarismos nos quais o algarismo das unidades não é 7? Quantos são os números setespalhados de 4 algarismos nos quais o algarismo das unidades é 7?

Correção

d) Seja  $a_n$  a quantidade de números setespalhados de  $n$  algarismos. Expresse  $a_n$  em função de  $a_{n-1}$  e  $a_{n-2}$ , para  $n \geq 3$ .

Correção

TOTAL

Correção

RASCUNHO

**NÃO SERÃO CONSIDERADAS AS RESPOSTAS NESTE ESPAÇO.**