

1. (alternativa D)

As figuras mostram que o tanque de gasolina do carro continha $\frac{3}{4}$ de sua capacidade no momento de partida e $\frac{1}{4}$ no momento de chegada. Deste modo, João gastou $\frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$ do tanque na viagem. Como o tanque tem capacidade para 50 litros, isto quer dizer que João gastou $50 \times \frac{1}{2} = 25$ litros de gasolina na viagem. Note que esta última conta pode ser pensada como "João gastou meio tanque de gasolina e a metade de 50 é 25".

2. (alternativa C)

A folha dupla consiste de dois retângulos de 12 cm por 10 cm, que têm a dobra como um lado comum de 10 cm. Ao cortar a folha dupla, obtemos três retângulos, dois deles de medida 6 cm por 10 cm e um maior formado de 12 cm por 10 cm. A área de cada um dos retângulos de medida 6 cm por 10 cm é $6 \times 10 = 60 \text{ cm}^2$ e a do retângulo de 12 cm por 10 cm é $12 \times 10 = 120 \text{ cm}^2$. Logo a área do maior pedaço é 120 cm^2 .

3. (alternativa D)

Como uma hora tem 60 minutos, em um minuto os amigos percorrem $6 \div 60 = 0,1 \text{ km}$, que é o mesmo que 100 m. Se A e B indicam a posição dos dois amigos um minuto após a partida, então no triângulo PAB temos $PA = PB = 100 \text{ m}$. Isto quer dizer que o triângulo PAB é isósceles, logo os ângulos A e B são iguais. Como a soma dos ângulos de um triângulo qualquer é 180° e $\hat{P} = 60^\circ$, segue que $\hat{A} + \hat{B} = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$. Como estes dois ângulos são iguais, cada um deles mede $120^\circ \div 2 = 60^\circ$. Logo o triângulo PAB tem todos seus ângulos iguais a 60° , ou seja, ele é equilátero. Assim temos $AB = PA = PB = 100 \text{ m}$.

4. (alternativa C)

As amostras cujo percentual de álcool é maior que o de gasolina são aquelas que contêm mais de 50% de álcool. No gráfico, estas amostras correspondem àquelas cuja barra horizontal ultrapassa a marca de 50%, que são as amostras 1, 2 e 3.

5. (alternativa E)

No quadro temos a equação $2x^2 - bx + 60 = 0$, onde b denota o número apagado. Como $x = 6$ é uma das raízes desta equação, segue que $2 \times 6^2 - 6b + 60 = 0$, donde $132 - 6b = 0$, ou seja, $b = 132/6 = 22$.

6. (alternativa D)

Os múltiplos de 3 maiores do que 1 e menores do que 2005 são os números $3 \times 1, 3 \times 2, 3 \times 3, \dots, 3 \times n$ onde $3 \times n$ é o maior múltiplo de 3 menor do que 2005. Usando o algoritmo da divisão, podemos escrever $2005 = 3 \times 668 + 1$ e segue que $n = 668$.

7. (alternativa C)

Como a quantidade de cálcio consumida é diretamente proporcional à quantidade de leite ingerida, podemos montar a seguinte regra de três:

$$\begin{array}{l} 800 \text{ mg} \text{ ——— } 100\% \\ 296 \text{ mg} \text{ ——— } x\% \end{array}$$

$$\text{e segue que } \frac{800}{296} = \frac{100}{x}, \text{ donde } x = \frac{296 \times 100}{800} = 37.$$

8. (alternativa B)

Para calcular os possíveis comprimentos dos caminhos que a formiga pode percorrer, é necessário saber o comprimento da diagonal dos retângulos da malha. Para isto usa-se o Teorema de Pitágoras, que diz que em um triângulo retângulo de hipotenusa a e catetos b e c temos $a^2 = b^2 + c^2$. Se d é a diagonal que queremos calcular então $d^2 = 3^2 + 4^2 = 25$, donde $d = 5$.

Note agora que existem apenas quatro opções de caminhos que a formiga pode escolher para ir de A a B: **(i) Caminhos que não passam pelas diagonais:** Qualquer caminho deste tipo passa por pelo menos três lados de comprimento 4 cm e dois lados de comprimento 3 cm. Neste caso, o menor caminho tem comprimento $3 \times 4 + 2 \times 3 = 12 + 6 = 18 \text{ cm}$. **(ii) Caminhos que passam por apenas uma diagonal:** Todo caminho deste tipo passará no mínimo por um lado de comprimento 3 cm e dois de comprimento 4 cm. Portanto, neste caso, o menor caminho será de $5 + 3 + 2 \times 4 = 16 \text{ cm}$. **(iii) Caminhos que passam por exatamente duas diagonais:** Note que existe um caminho que passa apenas por duas diagonais e por um lado de comprimento 4; o comprimento deste caminho é $5 \times 2 + 4 = 14 \text{ cm}$. Por outro lado, qualquer caminho que passe por duas diagonais terá que passar por um lado de comprimento 4 cm, logo seu comprimento será no mínimo igual a 14 cm. Logo, neste caso, o menor caminho tem comprimento 14 cm. **(iv) Caminhos que passam por mais de duas diagonais:** Qualquer caminho deste tipo terá comprimento no mínimo 15 cm. Portanto a resposta é 14 cm.

9. (alternativa A)

Os números nos bilhetes comprados por Marcelo são da forma $\overline{TTX}, \overline{TX7}, \overline{7X7}$ ou $\overline{X77}$, onde X representa algum dos oito algarismos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8 e 9. Em cada um desses casos, há 8 possibilidades para os números dos bilhetes. Por exemplo, no primeiro caso, temos os seguintes oito números: $\overline{771}, \overline{772}, \overline{773}, \overline{774}, \overline{775}, \overline{776}, \overline{778}$ e $\overline{779}$. Portanto, o número de bilhetes comprados por Marcelo é $8 \times 4 = 32$.

10. (alternativa A)

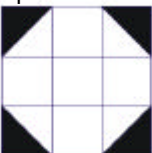
De acordo com o enunciado, a expressão que fornece a temperatura Celsius (C) em função da temperatura Fahrenheit (F) é $C = \frac{5}{9}(F - 32)$ (*). Essa expressão é da forma $C = aF + b$, onde $a = \frac{5}{9}$ e $b = -160/9$. Logo, seu gráfico é uma reta, excluindo assim as opções (D) e (E). Esta reta corta o eixo F no ponto de ordenada $C = 0$, o que acontece quando $F = 32$, de acordo com a expressão (*). Isto elimina a opção (C). Além disso, como $a = \frac{5}{9} > 0$, a inclinação da reta é positiva, o que elimina a opção (B).

11. (alternativa B)

Temos 12 kg de farinha = $12 \times 1 \text{ kg}$ de farinha, 54 ovos = 9×6 ovos e 3,6 kg de manteiga = 3600 g de manteiga = 18×200 gramas de manteiga. Portanto, a quantidade de farinha foi multiplicada por 12, a de manteiga por 18 e a de ovos apenas por 9. Logo, o padeiro poderá fazer no máximo $24 \times 9 = 216$ pães.

12. (alternativa A)

O padrão usado para cobrir a parede é formado por mosaicos constituídos de nove azulejos, como na figura.



Em cada mosaico, a área preta corresponde à metade de quatro quadrados, ou seja, a dois quadrados. Deste modo, a área preta é $\frac{2}{9}$ da área do mosaico e a área branca é $1 - \frac{2}{9} = \frac{7}{9}$ da área do mosaico. A parede tem $9 \text{ m} = 900 \text{ cm}$ de comprimento e $3 \text{ m} = 300 \text{ cm}$ de altura. Como $900 \div 30 = 30$ e $300 \div 30 = 10$, a parede pode ser coberta por $30 \times 10 = 300$ mosaicos, cada um com área $30 \times 30 = 900 \text{ cm}^2$. Deste modo, a área da parede coberta com a cor branca é $\frac{7}{9} \times 900 \times 300 = 210000 \text{ cm}^2 = 21 \times 10000 \text{ cm}^2 = 21 \text{ m}^2$.

13. (alternativa A)

Denotemos por c o comprimento e por l a largura do terreno. Então o perímetro do terreno é $2x(c+l)$ e sua área é cx/l . Já sabemos a área do terreno, que é 60 m^2 , donde $cx/l = 60$. O enunciado nos diz que foram usados 64 m de arame para uma cerca de dois fios, e assim o perímetro do terreno é $64 \div 2 = 32 \text{ m}$. Logo $2x(c+l) = 32$ e concluímos que $c+l = 16$. Segue que c e l são dois números cuja soma é 16 e o produto é 60 . É fácil ver que esses números são 6 e 10 . Assim, a diferença pedida é $10 - 6 = 4 \text{ m}$.

Mais geralmente, sabemos que o problema de determinar dois números reais dos quais se conhece a soma s e o produto p equivale a achar as soluções da equação $x^2 - sx + p = 0$. As raízes reais desta equação (caso existam) serão os números procurados. No nosso caso, temos que c e l são raízes de $x^2 - 16x + 60 = 0$. Usando a fórmula habitual $x = \frac{16 \pm \sqrt{16^2 - 4 \cdot 60}}{2} = \frac{16 \pm 4}{2}$ obtemos as raízes 6 e 10 .

14. (alternativa C)

Lembre que o comprimento de uma circunferência de raio r é $2\pi r$. Logo, o comprimento de cada trecho circular é 10π metros, e como são dois trechos circulares, a parte circular da pista tem comprimento igual a $2 \times 10\pi = 20\pi$ metros. A soma dos comprimentos dos dois trechos retos é $2c$. Para satisfazer as condições da questão, devemos ter $2c$ o mais próximo possível de 20π , o que é o mesmo que dizer que devemos ter c o mais próximo possível de 10π . Como $3,14 < \pi < 3,15$ segue $31,4 < 10\pi < 31,5$. Dentre as alternativas, a melhor aproximação para 10π é então $c = 30$.

15. (alternativa D)

Para que Manoel vá ao rio o menor número de vezes possível, ele deve sempre encher totalmente a lata. Conforme mostra a figura, a lata tem a forma de um paralelepípedo reto de base quadrada. Logo o volume da lata é (área da base) \times (altura) $= 30 \times 30 \times 40 = 36000 \text{ cm}^3$, ou seja, $0,036 \text{ m}^3$. A caixa d'água tem 2 m^3 , logo nela cabem $\frac{2}{0,036} = \frac{2 \times 10^3}{36} = 55,555 \dots$ latas d'água. Como a cada lata cheia corresponde uma ida ao rio, concluímos que Manoel precisará ir no mínimo 56 vezes ao rio para encher a sua caixa d'água.

16. (alternativa D)

Se v é a velocidade desenvolvida por Ana, então a velocidade desenvolvida por Beatriz é $v + 10$. No momento em que as duas se cruzam, a distância percorrida por Ana é $150 - 30 = 120 \text{ km}$ e a percorrida por Beatriz é $150 + 30 = 180 \text{ km}$.

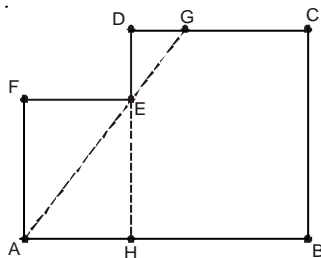
Como $\text{tempo} = \frac{\text{distância}}{\text{velocidade}}$ e o tempo gasto pelas duas até o momento do encontro é o mesmo, temos $\frac{120}{v} = \frac{180}{v+10}$.

Logo $120(v+10) = 180v$, donde $v = 20 \text{ km/h}$.

17. (alternativa B)

Considere o triângulo retângulo cuja hipotenusa é a escada que mede 25 m , um dos catetos é o segmento ligando o pé da escada à base do edifício, que mede 7 m , e o outro cateto é o segmento da parede do edifício que une o topo da escada ao solo. O comprimento x deste último cateto pode ser calculado imediatamente a partir do Teorema de Pitágoras: temos $25^2 = 7^2 + x^2$ e obtemos $x = 24 \text{ m}$. Quando o topo da escada escorrega 4 m para baixo, obtemos um novo triângulo retângulo, cuja hipotenusa mede 25 m e um dos catetos mede $24 - 4 = 20 \text{ m}$. O outro cateto y deste triângulo é determinado, outra vez, pelo Teorema de Pitágoras: temos $25^2 = 20^2 + y^2$ e segue que $y = 15 \text{ m}$. Logo, o deslocamento do pé da escada será de $15 - 7 = 8 \text{ m}$.

18. (alternativa D)



O perímetro p é dado por $p = AB + BC + CG + AG$. Como já conhecemos AB e BC , o problema é calcular CG e AG . Para isto, precisamos determinar a medida de outros segmentos na figura, e começamos calculando a medida de CD , DE e AE . Prolongando DE até o ponto H , obtemos os retângulos $AHEF$ e $BCDH$.

Como num retângulo os lados opostos são iguais, temos $EH = AF = 4$, $AH = EF = 3$ e $DH = BC = 6$. Logo $CD = BH = AB - AH = 8 - 3 = 5$ e $DE = DH - EH = BC - AF = 6 - 4 = 2$. Para determinar AE , note que o triângulo AEF é retângulo de catetos $AF = 4$, $EF = 3$ e hipotenusa AE ; do Teorema de Pitágoras segue que $AE = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$. Vamos agora calcular EG e DG . Note que os triângulos AEF e DEG são ambos retângulos e os seus ângulos em \hat{A} e \hat{E} são iguais, pois os lados AF e DE são paralelos. Logo estes triângulos são semelhantes. Temos então $\frac{AE}{EG} = \frac{AF}{DE} = \frac{EF}{DG}$, ou seja, $\frac{5}{EG} = \frac{4}{2} = \frac{3}{DG}$. Assim $EG = 2,5$ e $DG = 1,5$, donde $CG = CD - DG = 5 - 1,5 = 3,5$. Agora podemos calcular o perímetro pedido: $p = AB + BC + CG + GA = AB + BC + CG + GE + EA = 8 + 6 + 3,5 + 2,5 + 5 = 25 \text{ cm}$.

19. (alternativa B)

Como há 7 possíveis adversários para o Brasil, todos com a mesma chance de serem escolhidos, a probabilidade do adversário do Brasil na primeira rodada ser a Argentina é $1/7$.

20. (alternativa E)

Acompanhe a solução com a ajuda da figura a seguir, que ilustra as afirmativas de Regina, Paulo e Iracema.

(i) Se Regina está certa, então Paulo e Iracema estão errados. Os números que satisfazem a afirmação de Regina mas não satisfazem a afirmação de Paulo são $101, 102, 103, 104$ e 105 ; note que estes números também não satisfazem a afirmação de Iracema. Neste caso temos 5 possibilidades para o número de bolas na caixa.

(ii) Se Paulo está certo, então Regina e Iracema estão erradas. O único número que satisfaz as opções de Paulo e não satisfaz as de Regina e Iracema é 120 . Aqui, temos apenas uma possibilidade para o número de bolas na caixa.

(iii) Se Iracema está certa, então Paulo e Regina estão errados. Os números que satisfazem a afirmação de Iracema mas não satisfazem a afirmação de Paulo são $130, 131, 132, 133, 134, 135, 136, 137, 138$ e 139 ; note que estes números também não satisfazem a afirmação de Regina. Neste caso, temos 10 possibilidades para o número de bolas na caixa. Finalmente, o número total de possibilidades é a soma do número de possibilidades nos casos (i), (ii) e (iii), que é $5 + 1 + 10 = 16$.

