Soluções Simulado OBMEP 2017
Nível 1 – 6º e 7º anos do Ensino Fundamental

1. ALTERNATIVA C

Alvimar recebeu de troco $5{,}00 - 3{,}50 = 1{,}50$ reais. Dividindo $1{,}50$ por $0{,}25$, obtemos o número de moedas de 25 centavos que ele recebeu. Como $1{,}50 \div 0{,}25 = 6$, segue que ele recebeu de troco seis moedas de 25 centavos. Podemos também pensar como segue. Duas moedas de 25 centavos totalizam 50 centavos. Como $R\$1{,}50$ é o mesmo que três vezes 50 centavos, para dar o troco serão necessárias $3 \times 2 = 6$ moedas de 25 centavos.

2. ALTERNATIVA C

Para ir da marca de $6\ cm$ até a marca de $20\ cm$, a formiguinha deve andar $20 - 6 = 14\ cm$. Assim, para andar metade do caminho, ela deve caminhar $\frac{14}{2} = 7\ cm$. Logo, ela parou na marca de $6 + 7 = 13\ cm$.
Outra maneira de proceder é calcular o ponto médio entre 6 e 20 na reta numérica, que é $\frac{6+20}{2} = 13$.

3. ALTERNATIVA B

Trocamos a posição de dois algarismos vizinhos do número 682479, conforme a tabela

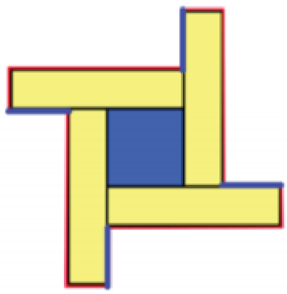
algarismos trocados	resultado
6 e 8	862479
8 e 2	628479
2 e 4	684279
4 e 7	682749
7 e 9	682497

e verificamos que o menor dos números obtidos é 628479. Logo, os algarismos que devem ser trocados são 8 e 2.

4. ALTERNATIVA D

A única maneira de somar três números distintos entre 1, 2, 3, 4, e 5 e obter o resultado 6 é $1 + 2 + 3 = 6$. Logo os cartões com as letras O, B e E têm, em seu verso, os números 1, 2 ou 3 (não necessariamente nessa ordem). Ao olhar para o verso dos cartões com as letras O e P, Caetano vê no verso do cartão O um dos números 1, 2 e 3. Observando as somas $1 + 7 = 8$, $2 = 6 = 8$ e $3 + 5 = 8$, e lembrando que o número no verso do cartão P é no máximo 5, vemos que os números no verso dos cartões O e P são, respectivamente, 3 e 5. Resta o número 4, que é o que está no verso do cartão M.

5. ALTERNATIVA D



O comprimento do contorno em vermelho é a soma dos comprimentos dos segmentos que formam o contorno. Com exceção dos segmentos mais grossos, destacados em azul, os comprimentos de todos os outros são fornecidos pelo enunciado. Para encontrarmos o comprimento dos segmentos destacados em azul observamos que

$$(comprimento\ de\ um\ segmento\ de\ traço\ azul) + 10 + 20 = 45.$$

Logo o comprimento de um traço azul é $15\ cm$ e assim o contorno da figura mede

$$4 \cdot (45) + 4 \cdot (15) + 4 \cdot (10) = 180 + 60 + 40 = 280\ cm\ .$$

6. ALTERNATIVA E

24 é o maior número que aparece na figura. Indicamos abaixo a sequência de operações e seu resultado.

$$24 \xrightarrow{\div 12} 2 \xrightarrow{\times 6} 12 \xrightarrow{\div 2} 6 \xrightarrow{\times 24} 144.$$

7. ALTERNATIVA B

A tabela abaixo mostra as possíveis idades da professora, calculadas a partir da resposta de cada menina e dos erros 2, 3 e 5 anos para mais ou para menos:

	Errou em 2	Errou em 3	Errou em 5
Ana	20, 24	19, 25	17, 27
Beatriz	23, 27	22, 28	20, 30
Celina	28, 32	27, 33	25, 35

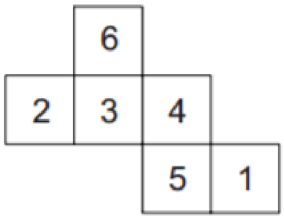
O único número que aparece nas três linhas e nas três colunas é 27; logo, essa é a idade da professora.

8. ALTERNATIVA B

A soma de todos os números colocados nos quadradinhos é $1+2+3+4+5+6+7+8+9=45$. Ao somar os cinco números na horizontal com os cinco números da vertical, o número do quadradinho cinzento será somado duas vezes, enquanto todos os outros serão somados apenas uma vez. Logo esse número é $(27+22)-45=4$.

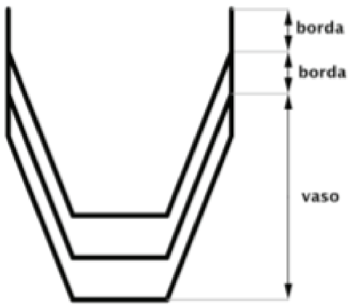
9. ALTERNATIVA E

Um cubo tem seis faces; cada face é oposta a uma face e vizinha de outras quatro faces. Na planificação da figura, vemos que a face 3 é vizinha das faces 2, 4, 5 e 6. Logo a face 1 não é vizinha da face 3, ou seja, as faces 1 e 3 são opostas. Logo, a face 1 tem arestas comuns com as faces 2, 4, 5 e 6; o produto desses números é $2 \times 4 \times 5 \times 6 = 240$.



10. ALTERNATIVA A

A figura ilustra três vasos encaixados. Cada vaso acrescenta à pilha a altura de uma borda. A diferença entre as alturas da primeira e da segunda pilha corresponde a $15-7=8$ bordas. Logo a altura de uma borda é $(60-36)\div 8=3\ cm$. A altura da primeira pilha é a de um vaso mais 7 bordas; a altura de um vaso é então $36-7\times 3=15\ cm$.

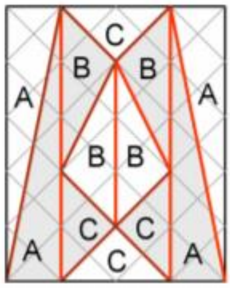


11. ALTERNATIVA B

Como Isabel tem um total de $3+4+7+9+11+12+13+16=75$ balas, cada criança deve receber 25 balas. A que receber o saco com 16 balas, necessariamente deverá receber o saco com 9, já que não há outra possibilidade de se obter 9 balas combinando sacos com menor quantidade. Por outro lado, a que receber o saco com 13 balas deverá receber o saco com 12 balas (a única outra forma de reunir as 12 balas restantes seria combinando sacos de 9 e 3 balas, mas o saco de 9 balas deve ser dado à criança que receber o saquinho com 16 balas). Portanto, a última criança receberá os sacos restantes, com 3, 4, 7 e 11 balas. Logo, o saco com mais balas recebido pela criança que recebe o saco com 4 balas tem 11 balas.

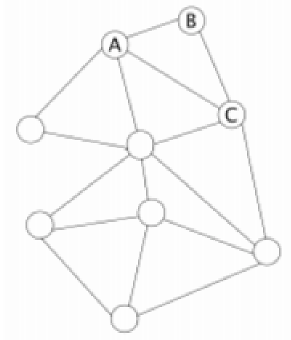
12. ALTERNATIVA A

Dividimos a figura em regiões indicadas pelas letras A, B e C, como mostrado ao lado. Regiões com a mesma letra são idênticas, e tanto a parte branca quanto a parte cinzenta consistem de duas regiões A, duas regiões B e duas regiões C; segue que a área da parte cinzenta é igual à área da parte branca. Cada uma dessas áreas é então a metade da área total do retângulo, que é $4 \times 5 = 20\ cm^2$. Logo a área da parte cinzenta é $10\ cm^2$.



13. ALTERNATIVA D

Começamos a colorir a figura pelo círculo marcado com a letra A. Temos 3 opções de cores para A e, uma vez selecionada a cor de A, temos 2 possibilidades de cores para o círculo B. Para cada escolha de cores para A e B, a cor de C fica unicamente determinada pelas condições do problema. Logo, pelo princípio multiplicativo, temos $3 \times 2 \times 1 = 6$ possibilidades diferentes de colorir os círculos A, B e C. Agora notamos que, para qualquer escolha de cores para A, B e C, as cores dos círculos restantes ficam unicamente determinadas. Portanto, temos 6 maneiras diferentes de colorir os círculos da figura de acordo com as condições do enunciado.



14. ALTERNATIVA E

Devemos ficar atentos ao quociente e ao resto da divisão de um número natural por 9, pois em cada triângulo são escritos 9 números. Observamos que no Triângulo 1 estão o 9 e os números que têm quociente 0 na divisão por 9; no Triângulo 2 estão o $18 = 2 \times 9$ e os números que têm quociente 1 na divisão por 9; no Triângulo 3 estão o $27 = 3 \times 9$ e os números que têm quociente 2 na divisão por 9, e assim por diante.

A posição do número em cada triângulo, descrita por uma letra de A até I, corresponde ao resto da divisão do número por 9, ou seja, resto 1 a posição é A, resto 2 é B, resto 3 é C, resto 4 é D, resto 5 é E, resto 6 é F, resto 7 é G, resto 8 a posição é H e, finalmente, se o resto for 0 a posição é I.

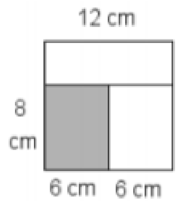
Ora,

$$\begin{array}{r|l} 2014 & 9 \\ \hline 7 & 223 \end{array}$$

Portanto, 2014 está no Triângulo $223 + 1 = 224$, na posição equivalente ao resto 7, ou seja, G. Logo, Guilherme codifica 2014 como $224G$.

15. ALTERNATIVA A

O quadrado tem lado $12\ cm$, logo sua área é igual a $12^2 = 144\ cm^2$. Portanto, cada um dos três retângulos tem área igual a $\frac{144}{3} = 48\ cm^2$. Os dois retângulos inferiores são iguais, pois têm a mesma área e a mesma altura. Logo, têm a mesma largura, igual a $\frac{12}{2} = 6\ cm$ e, dessa forma, sua altura é $\frac{48}{6} = 8\ cm$. Assim, o perímetro do retângulo sombreado é $6 + 8 + 6 + 8 = 28\ cm$.



16. ALTERNATIVA D

Em 2009, o número de alunos que jogavam vôlei era $0{,}45 \times 320 = 144$. Esse número corresponde a 25% (ou seja, $\frac{1}{4}$) dos alunos esportistas em 2010. Assim, em 2010 o número de esportistas era $4 \times 144 = 576$.

17. ALTERNATIVA C

Para fixar o trio de hexágonos 1-2-3, Gustavo usou três adesivos. O mesmo ocorreu para fixar os demais noventa e nove trios de hexágonos: 4-5-6, 7-8-9, 10-11-12, ..., 298-299-300. Como são 100 trios e 3 adesivos para cada trio, Gustavo usou $100 \times 3 = 300$ adesivos nessa montagem de trios. Agora, para fixar um trio no outro, Gustavo usou dois adesivos. Como o primeiro trio não precisou ser fixado a ninguém, Gustavo usou então $99 \times 2 = 198$ adesivos. No total, ele usou $300 + 198 = 498$ adesivos.

Uma outra solução é a seguinte: cada trio de cartões consome 5 adesivos, a não ser no último, em que são usados 2 cartões a menos. Como são 300 cartões, temos 100 trios, lembrando que no último somente 3 adesivos são usados. Portanto, foram usados $100 \times 5 - 2 = 498$ adesivos (ou $99 \times 5 + 3 = 498$).

18. ALTERNATIVA B

Para simplificar, no parágrafo a seguir "azul" significa "bandeirinha azul" e analogamente para as outras cores. Para que não haja azuis juntas, é necessário que entre duas azuis haja pelo menos uma bandeirinha de outra cor. Para isso, são necessárias pelo menos 24 bandeirinhas não azuis; como há exatamente $14 + 10 = 24$ bandeirinhas brancas e verdes, concluímos que a fila de bandeirinhas começa e termina com uma azul e que entre quaisquer duas azuis há exatamente uma branca ou uma verde. Em particular, as alternativas A) e C) são falsas.
Usando as letras A, B e V para as cores azul, branco e verde, a fila abaixo mostra que a alternativa D) é falsa:

ABABABABAVABAVABAVABAVABAVABAVABAVABAVABAVABAVABA

Vamos agora pensar em uma fila qualquer como uma sequência de blocos de duas letras dos tipos AB e AV, com uma letra A na extremidade direita. Pelo menos um bloco AB deve estar ao lado de um bloco AV, criando assim um bloco maior ABAV ou AVAB. Em qualquer dos casos, vemos uma sequência (BAV ou VAB) de três bandeirinhas de cores todas diferentes, o que mostra que a alternativa E) é falsa.
Finalmente, notamos que uma fila da Joana há 14 blocos AB e 10 blocos AV, além do A à direita. Com esses 10 blocos AV é possível separar no máximo 11 blocos AB uns dos outros; assim, há pelo menos dois blocos AB consecutivos, seguidos de uma letra A. Logo em qualquer fila da Joana há um bloco do tipo ABABA, ou seja, há pelo menos cinco bandeirinhas consecutivas nas quais não aparece a cor verde.

19. ALTERNATIVA E

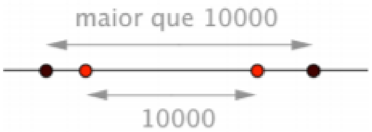
O número 0 deve aparecer nos dois dados, para que seja possível formar as datas de 01 a 09, 10, 20 e 30. Os números 1 e 2 também devem aparecer nos dois dados, para formar as datas 11 e 22. Desse modo no dado da direita aparecem os números 0, 1, 2, 3, 5, 6 (que também é 9) e no dado da esquerda aparecem os números 0, 1, 2, 4, 7 e 8. A soma das faces não visíveis do dado da esquerda é então $1 + 4 + 7 + 8 = 20$.
Outra solução é a seguinte. Como acima, os números 0, 1 e 2 devem aparecer nos dois dados; os números 4, 7 e 8 também devem aparecer. Assim, a soma dos números nos dois dados deve ser $2 \times (0 + 1 + 2) + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 = 39$. Os números que aparecem no dado da direita são 0, 1, 2 (ocultos) e 3, 5, 6 (visíveis); os números 0 e 2 estão visíveis no cubo da esquerda. Logo a soma dos números não visíveis no cubo da esquerda é $39 - (0 + 2 + 0 + 1 + 2 + 3 + 5 + 6) = 39 - 19 = 20$.

20. ALTERNATIVA C

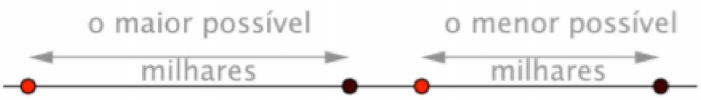
Para que a diferença seja mínima, os algarismos das dezenas de milhares devem ser consecutivos. Além disso, o número formado pelos quatro últimos algarismos do maior número deve ser o menor possível, enquanto o formado pelos quatro últimos algarismos do menor deve ser o maior possível. Com quatro algarismos distintos, o maior número que podemos formar é 9876 e o menor é 0123 (note que aqui podemos usar o 0, pois não estamos trabalhando com a primeira posição à esquerda). Assim, os algarismos consecutivos a serem usados para as dezenas de milhares são 4 e 5. Os dois números são, portanto, 50123 e 49876, cuja diferença é $50123 - 49876 = 247$.

Podemos enxergar o argumento acima na reta numérica, da seguinte maneira. A figura a seguir mostra os pontos (em vermelho) que correspondem a dezenas de milhares.

Observamos que se dois números quaisquer (em preto na figura abaixo) correspondem a números cujos algarismos na casa das dezenas de milhares não são consecutivos, sua diferença é maior que 10000.



Como é possível escrever dois números de cinco algarismos usando todos os algarismos de 0 a 9 cuja diferença é menor que 10000 (por exemplo, $40926 - 35781 = 5145$), segue que os dois desses números cuja diferença é mínima devem ter algarismos das dezenas de unidade consecutivos. Uma vez escolhidos esses dois algarismos, a figura abaixo mostra como devemos posicionar os números (em preto) na reta.



Finalmente, observamos que a escolha de 4 e 5 para a casa das dezenas de unidade de nossos números permite escolher, para os milhares do menor número, o maior número possível (9876) e, para os milhares do maior número, o menor número possível (0123). Logo nossos números são 49876 e 50123, cuja diferença é $50123 - 49876 = 247$.